Chuletario de Geometría Analítica:

Ec. vectorial de la recta:

$$\overline{r}=\overline{r}_0+\vec{v}\cdot t$$

$$(x,y,z)=(x_0,y_0,z_0)+(v_x,v_y,v_z)\cdot t \rightarrow$$

Ecuación paramétrica:

$$\begin{cases} x=x_0+v_xt \\ y=y_0+v_yt \\ z=z_0+v_zt \end{cases}$$

Ec. de la recta en forma continua:

$$\frac{x-x_0}{v_x}=\frac{y-y_0}{v_y}=\frac{z-z_0}{v_z}$$

Ec. de la recta que pasa por dos puntos:

$$\frac{x-x_0}{x_1-x_0}=\frac{y-y_0}{x_1-x_0}=\frac{z-z_0}{x_1-x_0}$$

Ecuación vectorial del plano: $\overline{x}=\overline{x}_0+\overline{v}\cdot t+\overline{u}\cdot s \rightarrow (x,y,z)=(x_0,y_0,z_0)+(v_x,v_y,v_z)\cdot t+(u_x,u_y,u_z)\cdot s$

Ecuación paramétrica del plano:

$$\begin{cases} x=x_0+v_xt+u_xs \\ y=y_0+v_yt+u_ys \\ z=z_0+v_zt+u_zs \end{cases}$$

Ecuación general del plano:

$$Ax+By+Cz+D=0$$

Vector perpendicular al plano:

$$\vec{n}=(A,B,C)$$

Calculo de la ecuación general del plano para los casos de:

2 vectores tangentes y un punto:

$$\begin{vmatrix} x-x_0 & y-y_0 & z-z_0 \\ v_x & v_y & v_z \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix}=0$$

tres puntos:

$$\begin{vmatrix} x-x_0 & y-y_0 & z-z_0 \\ x_1-x_0 & y_1-y_0 & z_1-z_0 \\ x_2-x_0 & y_2-y_0 & z_2-z_0 \end{vmatrix}=0$$

Un punto y un vector
(Ec. Normal del plano)**:**

$$\boxed{\vec{n}\cdot(\overline{x}-\overline{x}_0)=0}$$

$$(A,B,C)\cdot\big((x,y,z)-(x_0,y_0,z_0)\big)=0$$

$\overline{x}=(x,y,z)\equiv$ Coordenadas de los puntos de la recta o del plano.

$$\left.\begin{matrix} \overline{x}_0=(x_0,y_0,z_0) \\ \overline{x}_1=(x_1,y_1,z_1) \\ \overline{x}_2=(x_2,y_2,z_2) \end{matrix}\right\}\equiv$$ Puntos por los que pasa la recta o el plano.

$$\left.\begin{matrix} \vec{v}=(v_x,v_y,v_z) \\ \vec{u}=(u_x,u_y,u_z) \end{matrix}\right\}\equiv$$ Vectores tangentes de la recta y el plano.

Posición relativa de dos planos:

$$\left.\begin{matrix} Ax+By+Cz+D=0 \\ A'x+B'y+C'z+D'=0 \end{matrix}\right\}\rightarrow M=\begin{pmatrix} A & B & C \\ A' & B' & C' \end{pmatrix} \quad M^*=\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ A' & B' & C' & D' \end{pmatrix}$$

Secantes: Tienen en común los puntos de una recta. Rango(M) = Rango (M*) = 2
Paralelos: No tienen ningún punto en común. Rango(M) ≠ Rango (M*) = 2
Coincidentes: Tienen todos sus puntos en común. Rango(M) = Rango (M*) = 1

Posición relativa de tres planos:

$$\left.\begin{matrix} Ax+By+Cz+D=0 \\ A'x+B'y+C'z+D''=0 \\ A''x+B''y+C''z+D'=0 \end{matrix}\right\}\rightarrow M=\begin{pmatrix} A & B' & C \\ A' & B' & C' \\ A'' & B'' & C'' \end{pmatrix} \quad M^*=\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ A' & B' & C' & D' \\ A'' & B'' & C'' & D'' \end{pmatrix}$$

Rango(M)	Rango(M*)	Posición de tres planos:
3	3	Planos secantes en un punto.
2	3	Planos secantes dos a dos o dos planos paralelos con uno secante a ambos.
2	2	Los 3 planos interseccionan en una recta.
1	2	Planos paralelos, o uno plano y dos coincidentes.
1	1	Planos coincidentes

Posiciones relativas de dos rectas:

$$\left.\begin{matrix} \overline{r}=\overline{r}_0+\vec{v}\cdot t\rightarrow\begin{cases}\overline{r}_0=(x_0,\,y_0,\,z_0) \\ \vec{v}=(v_x,\,v_y,\,v_z)\end{cases} \\ \overline{r}'=\overline{r}_0'+\vec{v}'\cdot t'\rightarrow\begin{cases}\overline{r}_0'=(x_0',\,y_0',\,z_0') \\ \vec{v}=(v_x',\,v_y',\,v_z')\end{cases} \end{matrix}\right\}\rightarrow M=\begin{pmatrix} v_x & v_x' \\ v_y & v_y' \\ v_z & v_z' \end{pmatrix} \quad M^*=\begin{pmatrix} v_x & v_x' & x_0-z_0' \\ v_y & v_y' & y_0-y_0' \\ v_z & v_z' & z_0-z_0' \end{pmatrix}$$

Secantes: Tienen en común un punto.

$$\text{Rango}(M)=2 \qquad \text{Rango}(M^*)=2$$

Paralelos: No tienen ningún punto en común y es posible situarlas en un mismo plano.

$$\text{Rango}(M)=1 \qquad \text{Rango}(M^*)=2$$

Cruzadas: No tienen ningún punto en común y no es posible situarlas en un mismo plano.

$$\text{Rango}(M)=2 \qquad \text{Rango}(M^*)=3$$

Coincidentes: Tienen todos sus puntos en común.

$$\text{Rango}(M)=1 \qquad \text{Rango}(M^*)=1$$

Propiedades métricas:

Ángulo que forman dos rectas secantes:

$$\bar{x} = \bar{x}_0 + \bar{v}\cdot t \qquad \bar{x} = \bar{x}'_0 + \bar{v}'\cdot t' \qquad \alpha = \arccos\left(\frac{|\bar{v}\cdot\bar{v}'|}{|\bar{v}|\cdot|\bar{v}'|}\right)$$

Distancia entre rectas que se cruzan:

$$\left.\begin{array}{r} r \equiv \bar{x} = \bar{x}_0 + \bar{v}\cdot t \\ s \equiv \bar{x} = \bar{x}'_0 + \bar{v}'\cdot t' \end{array}\right\} \rightarrow d(r,s) = \frac{|(\bar{x}_0 - \bar{x}'_0)\cdot(\bar{v}\times\bar{v}')|}{|\bar{v}\times\bar{v}'|}$$

Ángulo que forman dos planos secantes:

$$\left.\begin{array}{r} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{array}\right\} \alpha = \arccos\left(\frac{|\bar{n}\cdot\bar{n}'|}{|\bar{n}|\cdot|\bar{n}'|}\right)$$

Angulo de recta y plano secantes:

$$\left.\begin{array}{r} Ax + By + Cz + D = 0 \\ \bar{x} = \bar{x}_0 + \bar{v}\cdot t \end{array}\right\} \rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{|\bar{v}\cdot\bar{n}|}{|\bar{v}|\cdot|\bar{n}'|}\right)$$

Distancia de un punto P a un plano:

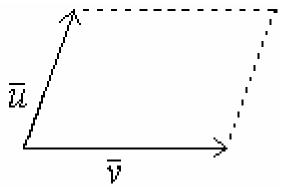
$$\left.\begin{array}{r} \pi \equiv Ax + By + Cz + D = 0 \\ \bar{x}_0 = (x_0, y_0, z_0) \end{array}\right\}$$

$$d(\pi, \bar{x}_0) = \frac{|A\cdot x_0 + B\cdot y_0 + C\cdot z_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Distancia de un punto a una recta:

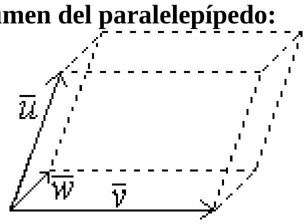
$$\left.\begin{array}{r} r \equiv \bar{x} = \bar{x}_0 + \bar{v}\cdot t \\ \mathrm{P} \equiv \bar{x}_1 = (x_1, y_1, z_1) \end{array}\right\} \rightarrow d(\mathrm{P}, r) = \frac{|(\bar{x}_1 - \bar{x}_0)\times\bar{v}|}{|\bar{v}|}$$

Área del paralelogramo:



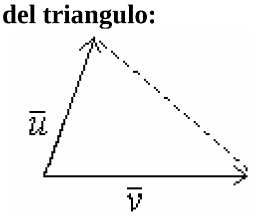
$$A = |\bar{u}\times\bar{v}|$$

Volumen del paralelepípedo:



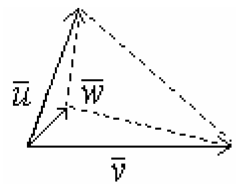
$$V = |\det(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})|$$

Área del triangulo:



$$A = \frac{1}{2}|\bar{u}\times\bar{v}|$$

Volumen del tetraedro:



$$V = \frac{1}{6}|\det(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})|$$

Estrategia para determinar el punto simétrico P' del punto P respecto a un plano π:

1º Determinar la ecuación de la recta perpendicular a π y que pase por P.

2º Calcular el punto Q intersección de la recta perpendicular con el plano π. (Resolver el sistema formado)

3º Calcular el punto simétrico P' mediante la expresión: P' = 2Q – P.

Estrategia para determinar el punto simétrico P' del punto P respecto a la recta *r*:

1º Determinar la ecuación del plano al que es perpendicular *r* y que pase por P.

2º Calcular el punto Q intersección de la recta *r* con el plano perpendicular. (Resolver el sistema formado)

3º Calcular el punto simétrico P' mediante la expresión: P' = 2Q – P.

Estrategia para determinar la recta perpendicular ρ a dos rectas cruzadas *r* y *s*:

1º Determinamos el vector director de la recta ρ mediante el producto vectorial de los vectores directores de *r* y *s*. $\vec{v}_\rho = \vec{v}_r \times \vec{v}_s$

2º Determinamos la ecuación del plano $\pi_{r\rho}$ que contiene a ρ y a *r*, y la ecuación del plano $\pi_{s\rho}$ que contienen a *s* y a ρ.

3º La recta ρ que estamos buscando es la recta intersección del plano $\pi_{r\rho}$ y $\pi_{s\rho}$.