UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS **(LOGSE)**

Curso **2008-2009**

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real k:

$$\left\{\begin{array}{rcl} x+y+kz & = & 4 \\ 2x-y+2z & = & 5 \\ -x+3y-z & = & 0 \end{array}\right.$$

a) Discútase el sistema según los diferentes valores del parámetro k.
b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
c) Resuélvase el sistema para $k=0$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x)=(x^2-1)^2.$$

a) Determínense los extremos relativos de f.
b) Hállese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=3$.
c) Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y el eje OX.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se consideran tres sucesos A, B, C de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A)=\frac{1}{2}\,;\ P(B)=\frac{1}{3}\,;\ P(C)=\frac{1}{4}\,;\ P(A\cup B\cup C)=\frac{2}{3}\,;\ P(A\cap B\cap C)=0\,;\ P(A|B)=P(C|A)=\frac{1}{2}.$$

a) Calcúlese $P(C\cap B)$.
b) Calcúlese $P(\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C})$. La notación $\overline{A}$ representa al suceso complementario de A.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que el gasto mensual dedicado al ocio por una familia de un determinado país se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 55 euros. Se ha elegido una muestra aleatoria simple de 81 familias, obteniéndose un gasto medio de 320 euros.

a) ¿Se puede asegurar que el valor absoluto del error de la estimación del gasto medio por familia mediante la media de la muestra es menor que 10 euros con un grado de confianza del 95%? Razónese la respuesta.
b) ¿Cuál es el tamaño muestral mínimo que debe tomarse para poder asegurarlo?

OPCIÓN **B**

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Una refinería utiliza dos tipos de petróleo, A y B, que compra a un precio de 350 euros y 400 euros por tonelada, respectivamente. Por cada tonelada de petróleo de tipo A que refina, obtiene 0,10 toneladas de gasolina y 0,35 toneladas de fuel-oil. Por cada tonelada de petróleo de tipo B que refina, obtiene 0,05 toneladas de gasolina y 0,55 toneladas de fuel-oil. Para cubrir sus necesidades necesita obtener al menos 10 toneladas de gasolina y al menos 50 toneladas de fuel-oil. Por cuestiones de capacidad, no puede comprar más de 100 toneladas de cada tipo de petróleo. ¿Cuántas toneladas de petróleo de cada tipo debe comprar la refinería para cubrir sus necesidades a mínimo coste? Determinar dicho coste mínimo.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \frac{2x-1}{x^2-x-a}.$$

a) Determínense las asíntotas de f, especificando los valores del parámetro real a para los cuales f tiene una asíntota vertical, dos asíntotas verticales, o bien no tiene asíntotas verticales.
b) Para $a = -1$, calcúlense los valores reales de b para los cuales se verifica que $\int_0^b f(x)\,dx = 0$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Para la construcción de un luminoso de feria se dispone de un contenedor con 200 bombillas blancas, 120 bombillas azules y 80 bombillas rojas. La probabilidad de que una bombilla del contenedor no funcione es igual a $0,01$ si la bombilla es blanca, es igual a $0,02$ si la bombilla es azul e igual a $0,03$ si la bombilla es roja. Se elige al azar una bombilla del contenedor.
a) Calcúlese la probabilidad de que la bombilla elegida no funcione.
b) Sabiendo que la bombilla elegida no funciona, calcúlese la probabilidad de que dicha bombilla sea azul.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que la cantidad de agua (en litros) recogida cada día en una estación meteorológica se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 2 litros. Se elige una muestra aleatoria simple y se obtienen las siguientes cantidades de agua recogidas cada día (en litros):

$$9,1 \;;\; 4,9 \;;\; 7,3 \;;\; 2,8 \;;\; 5,5 \;;\; 6,0 \;;\; 3,7 \;;\; 8,6 \;;\; 4,5 \;;\; 7,6$$

a) Determínese un intervalo de confianza para la cantidad media de agua recogida cada día en dicha estación, con un grado de confianza del 95%.
b) Calcúlese el tamaño muestral mínimo necesario para que al estimar la media del agua recogida cada día en la estación meteorológica mediante la media de dicha muestra, la diferencia en valor absoluto entre ambos valores sea inferior a 1 litro, con un grado de confianza del 98%.