

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO

Curso **2011-2012**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

Calificación total máxima: 10 puntos.

Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x + A, & \text{si } x \leq 3, \\ -4 + 10x - x^2, & \text{si } x > 3, \end{cases}$$

se pide:

- a) (1 punto) Hallar el valor de A para que $f(x)$ sea continua. ¿Es derivable para ese valor de A ?
- b) (1 punto) Hallar los puntos en los que $f'(x) = 0$.
- c) (1 punto) Hallar el máximo absoluto y el mínimo absoluto de $f(x)$ en el intervalo $[4, 8]$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} 3x & + & ay & + & 4z & = & 6, \\ x & + & (a+1)y & + & z & = & 3, \\ (a-1)x & - & ay & - & 3z & = & -3, \end{cases}$$

se pide:

- a) (2 puntos) Discutir el sistema según los valores de a .
- b) (1 punto) Resolverlo para $a = -1$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Se dan la recta r y el plano π , mediante

$$r \equiv \frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}, \quad \pi \equiv 2x + y - 2z - 7 = 0.$$

Obtener los puntos de la recta cuya distancia al plano es igual a uno.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dadas las rectas

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}, \quad s \equiv \begin{cases} x + y = 4, \\ 2x + z = 4, \end{cases}$$

se pide:

- a) (1,5 puntos) Hallar la ecuación del plano que pasa por $A(2, 3, 4)$ y es paralelo a las rectas r y s .
- b) (0,5 puntos) Determinar la ecuación de la recta que pasa por $B(4, -1, 2)$ y es perpendicular al plano hallado anteriormente.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el punto $P(2, 1, -1)$, se pide:

- (0,5 puntos) Hallar el punto P' simétrico de P respecto del punto $Q(3, 0, 2)$.
- (1,25 puntos) Hallar el punto P'' simétrico de P respecto de la recta $r \equiv x - 1 = y - 1 = z$.
- (1,25 puntos) Hallar el punto P''' simétrico de P respecto del plano $\pi \equiv x + y + z = 3$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función $f(x) = x^2 \sin x$, se pide:

- (1 punto) Determinar, justificando la respuesta, si la ecuación $f(x) = 0$ tiene alguna solución en el intervalo abierto $(\pi/2, \pi)$.
- (1 punto) Calcular la integral de f en el intervalo $[0, \pi]$.
- (1 punto) Obtener la ecuación de la recta normal a la gráfica de $y = f(x)$ en el punto $(\pi, f(\pi))$.
Recuérdese que la recta normal es la recta perpendicular a la recta tangente en dicho punto.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Sean $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d} \in \mathbf{R}^3$, vectores columna. Si

$$\det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}) = -1, \quad \det(\vec{a}, \vec{c}, \vec{d}) = 3, \quad \det(\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}) = -2,$$

calcular razonadamente el determinante de las siguientes matrices:

- (0,5 puntos) $\det(\vec{a}, 3\vec{d}, \vec{b})$.
- (0,75 puntos) $\det(\vec{a} - \vec{b}, \vec{c}, -\vec{d})$.
- (0,75 puntos) $\det(\vec{d} + 3\vec{b}, 2\vec{a}, \vec{b} - 3\vec{a} + \vec{d})$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x & & - & 2z & = & 2, \\ ax & - & y & + & z & = & -8, \\ 2x & & & + & az & = & 4, \end{cases}$$

se pide:

- (1,5 puntos) Discutir el sistema según los valores de a .
- (0,5 puntos) Resolverlo para $a = -5$.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.

- a) Por el estudio de la continuidad: 0,5 puntos repartidos en Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos. Por el estudio de la derivabilidad: 0,5 puntos repartidos en Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 2.

- a) Por la obtención de los valores críticos, $a = -1$, $a = -5/3$: 0,5 puntos. Por la discusión de cada uno de los tres casos $[a = -1]$, $[a = -5/3]$, $[a \neq -1, -5/3]$: 0,5 puntos, repartidos en: Planteamiento 0,25 puntos, Resolución 0,25 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 3. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.

Ejercicio 4.

- a) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.
- b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.

- a) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
- b) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- c) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 2.

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 3.

- a) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
- c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

Ejercicio 4.

- a) Por la obtención del valor crítico $a = -4$: 0,5 puntos. Por la discusión de cada uno de los dos casos $[a = -4]$, $[a \neq -4]$: 0,5 puntos, repartidos en: Planteamiento 0,25 puntos, Resolución 0,25 puntos.
- b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.