

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.

**Calificación total máxima:** 10 puntos.

**Tiempo:** Hora y media.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1. Calificación máxima:** 3 puntos.

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} m-1 & 1 & m & 1 \\ 1 & m-1 & m & 1 \\ 1 & 1 & 2 & m-1 \end{pmatrix}$$

se pide:

- (2 puntos) Estudiar el rango de  $A$  según los valores del parámetro  $m$ .
- (1 punto) En el caso  $m = 0$ , resolver el sistema

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

**Ejercicio 2. Calificación máxima:** 3 puntos.

Dadas las rectas:

$$r_1 \equiv \begin{cases} y = 1, \\ z = 3, \end{cases} \quad r_2 \equiv \begin{cases} x = 0, \\ y - z = 0, \end{cases}$$

se pide:

- (2 puntos) Hallar la ecuación de la recta  $t$  que corta a  $r_1$  y  $r_2$  y es perpendicular a ambas.
- (1 punto) Hallar la mínima distancia entre  $r_1$  y  $r_2$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima:** 2 puntos.

Calcular los límites:

$$\text{a) (1 punto) } \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \arctan x)^{a/x}, \quad \text{b) (1 punto) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 2e^x}{7x + 5e^x}.$$

**Ejercicio 4. Calificación máxima:** 2 puntos.

Calcular:

$$\text{a) (1 punto) } \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx,$$

$$\text{b) (1 punto) } \int_0^\pi x \cos x dx.$$

## OPCIÓN B

### **Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dados el plano

$$\pi_1 \equiv 2x - 3y + z = a$$

y el plano  $\pi_2$  determinado por el punto  $P(0, 2, 4)$  y los vectores  $v_1 = (0, 2, 6)$  y  $v_2 = (1, 0, b)$ , se pide:

- (1 punto) Calcular los valores de  $a$  y  $b$  para que  $\pi_1$  y  $\pi_2$  sean paralelos.
- (1 punto) Para  $a = 1$  y  $b = 0$  determinar las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de  $\pi_1$  y  $\pi_2$ .
- (1 punto) Para  $a = 4$  y  $b = -2$  determinar los puntos que están a igual distancia de  $\pi_1$  y  $\pi_2$ .

### **Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.**

Los puntos  $P(1, 2, 1)$ ,  $Q(2, 1, 1)$  y  $A(a, 0, 0)$  con  $a > 3$ , determinan un plano  $\pi$  que corta a los semiejes positivos de  $OY$  y  $OZ$  en los puntos  $B$  y  $C$  respectivamente. Calcular el valor de  $a$  para que el tetraedro determinado por los puntos  $A, B, C$  y el origen de coordenadas tenga volumen mínimo.

### **Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.**

Dado el sistema:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 0, \\ 2x - y + z = 3, \end{cases}$$

se pide:

- (1 punto) Estudiar la compatibilidad del sistema.
- (0,5 puntos) Añadir una ecuación para que el sistema sea compatible determinado. Razonar la respuesta.
- (0,5 puntos) Añadir una ecuación para que el sistema sea incompatible. Razonar la respuesta.

### **Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.**

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -a & 0 & a \\ a & a-1 & 0 \\ 0 & a & a+2 \end{pmatrix}$$

se pide:

- (1 punto) Estudiar el rango de  $A$  según los valores del parámetro  $a$ .
- (1 punto) ¿Para qué valores de  $a$  existe la matriz inversa  $A^{-1}$ ? Calcular  $A^{-1}$  para  $a = 1$ .

## MATEMÁTICAS II

### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

---

#### OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 1,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 2.** a) Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 3.** a) Resolución, 1 punto.

b) Resolución, 1 punto.

**Ejercicio 4.** a) Resolución, 1 punto.

b) Resolución, 1 punto.

#### OPCIÓN B

**Ejercicio 1.** a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 2.** Por determinar el plano  $\pi$  determinado por  $A$ ,  $P$  y  $Q$ : 1 punto, repartido en: Planteamiento, 0,5 puntos; Resolución, 0,5 puntos. Por determinar cada uno de los puntos  $B$  y  $C$ : 0,25 puntos. Por determinar el valor de  $a$ : 1,5 puntos, repartidos en: Planteamiento, 0,5 puntos; Resolución, 1 punto.

**Ejercicio 3.** a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

c) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

**Ejercicio 4.** a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Por determinar los valores de  $a$ : 0,25 puntos. Por calcular la inversa: 0,75 puntos repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos; Resolución, 0,5 puntos.