UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (**LOGSE**)

Curso **2008-2009**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.
Calificación total máxima: 10 puntos.
Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dada la matriz:

$$M = \begin{pmatrix} m & 1 & 2m \\ m & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

se pide:
a) (1,25 puntos). Determinar los valores del parámetro m para los cuales la matriz M es invertible.
b) (0,5 puntos). Determinar los valores del parámetro m para los cuales la matriz M^{25} es invertible.
c) (1,25 puntos). Para $m = -1$ calcular, si es posible, la matriz inversa M^{-1} de M.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1+ax) - bx}{x^2} & \text{si} \quad 1 + ax > 0 \quad \text{y} \quad x \neq 0 \\[2ex] -\dfrac{1}{2} & \text{si} \quad x = 0 \end{cases},$$

se pide:
a) (1,5 puntos). Hallar los valores de los parámetros a, b para los cuales la función f es continua en $x = 0$.
b) (1,5 puntos). Para $a = b = 1$, estudiar si la función f es derivable en $x = 0$ aplicando la definición de derivada.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Dadas las rectas:

$$r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{a}, \qquad s \equiv \frac{x-3}{b} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1},$$

determinar los valores de los parámetros a, b para los cuales las rectas r, s se cortan perpendicularmente.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Dado el plano $\pi \equiv 2x - y + 2z + 1 = 0$ hallar las ecuaciones de los planos paralelos a π que se encuentran a 3 unidades de π.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 3 puntos.
a) (1 punto). Dada la función:

$$f(x) = \frac{x}{1-x^2} \quad ,$$

hallar el punto o los puntos de la gráfica de $f(x)$ en los que la pendiente de la recta tangente sea 1.
b) (0,5 puntos). Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto $x = 0$.
c) (1,5 puntos). Sea g una función derivable con derivada continua en toda la recta real, y tal que $g(0) = 0$, $g(2) = 2$. Demostrar que existe al menos un punto c en el intervalo $(0, 2)$ tal que $g'(c) = 1$.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dada la recta:

$$r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$$

y el plano $\pi \equiv x + y - 2z + 1 = 0$, hallar la ecuación de la recta s simétrica de la recta r respecto del plano π.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Dado el sistema:

$$\left\{ \begin{array}{rrrcl} \lambda x & +2y & +z & = & 0 \\ \lambda x & -y & +2z & = & 0 \\ x & -\lambda y & +2z & = & 0 \end{array} \right. ,$$

se pide:
a) (1 punto). Obtener los valores del parámetro λ para los cuales el sistema tiene soluciones distintas de:

$$x = y = z = 0\,.$$

b) (1 punto). Resolver el sistema para $\lambda = 5$.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \quad ,$$

obtener una matriz cuadrada X de orden 2 que verifique la ecuación matricial $AXB = A + B$.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1. **a)** Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,75 puntos.
b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,75 puntos.

Ejercicio 2. **a)** Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.
b) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.

Ejercicio 3. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.

Ejercicio 4. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. **a)** Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Resolución, 0,5 puntos.
c) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.

Ejercicio 2. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 2 puntos.

Ejercicio 3. **a)** Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Resolución, 1 punto.

Ejercicio 4. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.