



**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**  
PRUEBAS DE ACCESO A LOS ESTUDIOS UNIVERSITARIOS DE LOS  
ALUMNOS DE BACHILLERATO LOGSE

EXAMENES  
SEPTIEMBRE

AÑO **2001**

**MATERIA: MATEMÁTICAS II**

**INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN**

**TIEMPO:** Una hora y treinta minutos.

**INSTRUCCIONES:** El examen presenta dos opciones A y B; el alumno deberá elegir una de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta. Nunca resolverá algunos ejercicios de la opción A y otros ejercicios de la opción B. En cualquier caso, sólo se evaluarán las respuestas a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

**PUNTUACIÓN:** La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Determinar la ecuación cartesiana del lugar geométrico de los puntos del plano tales que la suma de los cuadrados de sus distancias a los puntos (0, 0) y (1, 1) es igual a 9. Si se trata de una curva cerrada, calcular el área que encierra.

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Sean  $A$ ,  $B$  y  $C$  tres puntos del espacio tridimensional que verifican la relación

$$\overrightarrow{CB} = -3\overrightarrow{CA}$$

a) (1 punto) Calcular el valor que toma  $k$  en la expresión

$$\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$$

b) (1 punto) Si  $A(1,2, -1)$  y  $B(3,6,9)$ , hallar las coordenadas del punto  $C$  que cumple la relación de partida.

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se consideran las funciones  $f(x) = x^2 - 2x + 3$ ,  $g(x) = ax^2 + b$ .

a) (1 punto) Calcular  $a$  y  $b$  para que las gráficas de  $f$  y  $g$  sean tangentes en el punto de abscisa  $x = 2$ .

b) (1 punto) Para los valores de  $a$  y  $b$  calculados en el apartado anterior, dibujar las gráficas de ambas funciones y hallar la ecuación de la recta tangente común.

c) (1 punto) Para los mismos valores de  $a$  y  $b$ , hallar el área limitada por las gráficas de las funciones y el eje vertical.



**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**  
PRUEBAS DE ACCESO A LOS ESTUDIOS UNIVERSITARIOS DE LOS  
ALUMNOS DE BACHILLERATO LOGSE

EXAMENES  
SEPTIEMBRE

AÑO **2001**

**MATERIA: MATEMÁTICAS II**

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Sea el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$ax + y + 4z = 1$$

$$-x + ay - 2z = 1$$

$$y + z = a$$

- a) (1 punto) Discutir el sistema según los valores del parámetro  $a$   
b) (1 punto) Resolver el sistema para  $a = 2$ .  
c) (1 punto) Resolver el sistema para  $a = 1$ .

**OPCIÓN B**

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Sea la función  $f(t) = \frac{1}{1+e^t}$

a) (1 punto) Calcular  $\int f(t) dt$

b) (1 punto) Se define  $g(x) = \int_0^x f(t) dt$ . Calcular  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x}$

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Sea  $P(x)$  un polinomio de grado 4 tal que:

- i)  $P(x)$  es una función par.  
ii) Dos de sus raíces son  $x = 1$ ,  $x = -\sqrt{5}$ .  
iii)  $P(0) = 5$ .

Se pide:

- a) (1 punto) Hallar sus puntos de inflexión..  
b) (1 punto) Dibujar su gráfica.

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera el tetraedro cuyos vértices son  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(1, 1, 1)$ ,  $C(-2, 1, 0)$  y  $D(0, 1, 3)$ .

- a) (1 punto) Hallar el área del triángulo  $ABC$  y el volumen del tetraedro  $ABCD$ .  
b) (1 punto) Calcular la distancia de  $D$  al plano determinado por los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .  
c) (1 punto) Hallar la distancia entre las rectas  $AC$  y  $BD$ .



**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**  
PRUEBAS DE ACCESO A LOS ESTUDIOS UNIVERSITARIOS DE LOS  
ALUMNOS DE BACHILLERATO LOGSE

EXAMENES  
SEPTIEMBRE

AÑO **2001**

**MATERIA: MATEMÁTICAS II**

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Dada la matriz se pide:

- (1 punto) Comprobar que se verifica la igualdad  $A^3 + I = O$ , siendo  $I$  la matriz identidad y  $O$  la matriz nula.
- (1 punto) Justificar que  $A$  tiene inversa y obtener  $A^{-1}$ .
- (1 punto) Calcular  $A^{100}$



**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**  
PRUEBAS DE ACCESO A LOS ESTUDIOS UNIVERSITARIOS DE LOS  
ALUMNOS DE BACHILLERATO LOGSE

EXAMENES  
**SEPTIEMBRE**

AÑO **2001**  
MATERIA: **MATEMÁTICAS II**

**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORCCIÓN**

**OPCIÓN A**

1. 0,5 puntos por el planteamiento de la ecuación básica, 0, 5 por razonar que se trata de una circunferencia, 0,5 por el radio (y área) y 0,5 por el centro.
2. En el apartado a), 0,5 puntos por el planteamiento y 0,5 por el valor correcto de  $k$ . En el apartado b), 0,5 por el planteamiento y 0,5 por las coordenadas.
3. En al apartado a), 0,5 puntos por el planteamiento y 0,5 por obtener los valores. En el apartado b), 0,75 por un gráfico correcto y 0,25 por la ecuación. En el apartado c), 0,5 por el planteamiento de la integral y 0,5 por el cálculo.
4. En al apartado a), 0,5 puntos por hallar los valores clave de  $a$  y 0,5 por la discusión. En los apartados b) y c), 0,5 por el planteamiento y 0,5 por la solución.

**OPCIÓN B**

1. En el apartado a), 0,5 puntos por un cambio de variable o procedimiento alternativo y 0,5 por el cálculo correcto de la primitiva. En el apartado b), 0,25 por utilizar la regla de L'Hôpital, 0,5 por obtener  $g'(x)$  y 0,25 por obtener el valor correcto del límite.
2. En el apartado a), 0,5 puntos por deducir la expresión del polinomio y 0,5 por calcular los puntos de inflexión. En el apartado b), 0,5 por el análisis y 0,5 por la gráfica.
3. En el apartado a), 0,5 puntos por cada valor correcto. En los apartados b) y c), 0,5 por el planteamiento y 0,5 por el valor correcto de la distancia.
4. En el apartado b), 0,5 puntos por la justificación y 0,5 por la inversa. En el apartado c), 0,5 por un planteamiento basado en el resultado del apartado a) y 0, 5 por el cálculo correcto de la potencia solicitada.