INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

TIEMPO: Hora y media.

INSTRUCCIONES: El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.

PUNTUACIÓN: **Calificación total máxima:** 10 puntos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos.
Sea la función $f(x) = 2x + \text{sen } 2x$.
a) (1 punto) Determinar si tiene asíntotas de algún tipo.
b) (1 punto) Estudiar su monotonía y la existencia de extremos relativos.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos.
Dados tres números reales cualesquiera r_1, r_2 y r_3, hallar el número real x que minimiza la función

$$D(x) = (r_1 - x)^2 + (r_2 - x)^2 + (r_3 - x)^2$$

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos
Considerar el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} & & y & + & z & = & 1 \\ (\lambda-1)x & + & y & + & z & = & \lambda \\ x & + & (\lambda-1)y & - & z & = & 0 \end{array}\right\}$$

donde λ es un número real.
a) (1 punto) Discutirlo según los valores del parámetro λ.
b) (1 punto) Resolverlo para $\lambda = 0$.
c) (1 punto) Resolverlo para $\lambda = 3$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos
Sea la superficie esférica de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 6y - 8z + 9 = 0$.
a) (0,5 puntos) Determinar su centro y su radio.
b) (0,5 puntos) Hallar la ecuación de la recta que contiene al diámetro paralelo al eje OY.
c) (1 punto) Obtener el centro y el radio de la circunferencia que resulta al cortar dicha esfera con el plano $z = 0$.
d) (1 punto) Hallar la ecuación del plano tangente a la esfera en su punto del eje OX.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos
Se consideran los puntos $A(1, \lambda, 0)$, $B(1, 1, \lambda - 2)$ y $C(1, -1, \lambda)$.
a) (1 punto) Comprobar que no están alineados, cualquiera que sea el valor que tome el parámetro λ.
b) (1 punto) Hallar el área del triángulo que determinan los tres puntos.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos
Sean la recta

$$r \equiv \frac{x-1}{m} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{2}$$

y el plano

$$\pi \equiv 2x - y + kz = 0$$

a) (1 punto) Calcular m y k para que la recta sea perpendicular al plano.
b) (1 punto) Calcular m y k para que la recta esté contenida en el plano.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos
Sea la función $f(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x$.
a) (1,5 puntos) Determinar los puntos de corte de su gráfica con los ejes y los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
b) (0,5 puntos) Esbozar la gráfica de la función.
c) (1 punto) Calcular el área determinada por la gráfica de f, el eje horizontal y las rectas $x = -1$ y $x = 2$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos
a) (2 puntos) Discutir en función de los valores de k y resolver el sistema

$$S_1 \begin{cases} x + y + 5z = 0 \\ 2x - ky = 0 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$$

b) (1 punto) Discutir en función de los valores de λ y resolver en los casos de compatibilidad el sistema

$$S_2 \begin{cases} x + y + 5z = 0 \\ 2x - 3y = 0 \\ x - y + z = 0 \\ x + 2y + 2\lambda z = \lambda \end{cases}$$

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1. En el apartado **a)** se concederá 0,5 por la conclusión de la inexistencia de asíntotas verticales ni horizontales y 0,5 por el razonamiento de la inexistencia de asíntotas oblicuas. En el apartado **b)**, 0,25 por calcular la derivada y 0,75 por concluir que la función es creciente siempre.

Ejercicio 2. Plantear y calcular $D'(x)$ (0,5 puntos). Resolver $D'(x) = 0$ y obtener la solución (1 punto). Comprobar que es mínimo (0,5 puntos).

Ejercicio 3. **a)** 0,5 puntos por determinar correctamente los valores críticos de λ y 0,5 por discutir el sistema correctamente. **b)** 1 punto. **c)** 1 punto.

Ejercicio 4. Apartados **a)** y **b)**, 0,5 puntos cada uno. Apartados **c)** y **d)**, un punto cada uno.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. En cada apartado 0,5 por el planteamiento y 0,5 por la solución correcta.

Ejercicio 2. En cada apartado 0,5 por el planteamiento y 0,5 por la solución correcta.

Ejercicio 3. **a)** 0,5 puntos por encontrar los puntos de corte; 0,5 puntos por hallar los puntos críticos; 0,5 puntos por encontrar los intervalos de crecimiento y decrecimiento. **b)** 0,5 puntos; **c)** 0,5 puntos por el planteamiento y 0,5 puntos por el cálculo correcto del área.

Ejercicio 4. **a)** 1 punto por discutir correctamente y 1 punto por resolver. **b)** Se deben aprovechar los resultados de **a)** y entonces, 0,5 por la discusión y 0,5 por las soluciones.