UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
2012 - 2013
MATERIA: MATEMÁTICAS II

MODELO

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**
Calificación total máxima: 10 puntos.
Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x^2+3x}{x-1}, & \text{si } x < 0\,, \\ a\,, & \text{si } x = 0\,, \\ e^{-1/x}, & \text{si } x > 0\,, \end{cases}$$

se pide:

a) (1 punto) Determinar el valor de a para que f sea continua en $x = 0$.
b) (1 punto) Para ese valor de a, estudiar la derivabilidad de f en $x = 0$.
c) (1 punto) Hallar, si las tiene, las asíntotas de la gráfica $y = f(x)$.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dado el sistema

$$\begin{cases} x + 2y + (m+3)z = 3\,, \\ x + y + (4+m-m^2)z = 3\,, \\ 2x + 4y + 3(m+2)z = 8\,, \end{cases}$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro m.
b) (1 punto) Resolverlo para $m = -2$.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2 puntos.

a) (1 punto) Hallar el punto de corte entre el plano $\pi_1 \equiv 6x - y + 3z = -2$ y la recta r que pasa por el punto $P(1,2,0)$ y es perpendicular al plano $\pi_2 \equiv 2x + 3y - z = 8$.
b) (1 punto) Hallar el punto común a los tres planos π_3, π_4, π_5 siguientes:

$$\pi_3 \equiv 5x + 2y + 7z = 4\,, \qquad \pi_4 \equiv x + 2y - 3z = 10\,,$$

y π_5 el plano definido por las rectas

$$r_1 \equiv \frac{x+3}{2} = \frac{y+3}{3} = z + 3\,, \qquad r_2 \equiv x + 2 = y = \frac{z+7}{2}\,.$$

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Dados el plano $\pi \equiv x - y + 2z = 1$ y la recta

$$r \equiv \frac{x}{-6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$$

se pide:

a) (1 punto) Determinar la posición relativa entre el plano π y la recta r.
b) (1 punto) Determinar el plano que contenga a r y pase por $P(1,1,1)$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . **Calificación máxima:** 3 puntos.

a) (1 punto) Hallar, si existe, el punto de corte de las rectas

$$r_1 \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x - y & = & 2\,, \\ x + y + z & = & 3\,, \end{array} \right. \qquad r_2 \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & -1 + 2\lambda\,, \\ y & = & 2 + \lambda\,, \\ z & = & -\lambda\,. \end{array} \right.$$

b) (1 punto) Determinar el valor de a para que los planos

$$\begin{array}{ll} \pi_1 \equiv x + 2y + z = 3\,, & \qquad \pi_2 \equiv 2x + 3y - z = 5\,, \\ \pi_3 \equiv 2x + 2y + 4z = 3\,, & \qquad \pi_4 \equiv x + 3y = a\,, \end{array}$$

tengan un único punto en común.

c) (1 punto) Hallar la recta paralela a los planos

$$\pi_5 \equiv 2x + 5y - z = 2 \qquad \text{y} \qquad \pi_6 \equiv 6x - y + z = 8$$

que pasa por el punto $P(1, 5, -3)$.

Ejercicio 2 . **Calificación máxima:** 3 puntos.

a) (0'5 puntos) Representar gráficamente el recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = \ln x$ y el eje OX entre las abscisas $x = 1/e$, $x = e$.
b) (1'25 puntos) Calcular el área de dicho recinto.
c) (1'25 puntos) Calcular el volumen del sólido de revolución obtenido al girar dicho recinto alrededor del eje OX.

Ejercicio 3 . **Calificación máxima:** 2 puntos.

a) (1 punto) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y la matriz $X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ obtener las relaciones que deben cumplir x, y, z, t para que la matriz X verifique $AX = XA$.
b) (0'5 puntos) Dar un ejemplo de matriz X distinta de la matriz nula y de la matriz identidad que cumpla la igualdad anterior.
c) (0'5 puntos) Calcular la inversa de la matriz A.

Ejercicio 4 . **Calificación máxima:** 2 puntos.
De las matrices cuadradas A y B se sabe que:

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \qquad A^2 - AB + BA - B^2 = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) (1 punto) Calcular la matriz $A - B$.
b) (1 punto) Calcular las matrices A y B.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.
a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
c) Por cada asíntota 0,5 puntos, repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

Ejercicio 2.
a) Por la obtención del valor crítico $m = 0$, 0,5 puntos repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos. Por la discusión de cada uno de los dos casos ($m = 0$) y ($m \neq 0$), 0,75 puntos por caso, repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 3.
a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 4.
a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.
a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 2.
a) Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,75 puntos.
c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,75 puntos.

Ejercicio 3.
a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
c) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

Ejercicio 4.
a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

DOCUMENTO DE
Principales contenidos que se tendrán en cuenta en la elaboración de las Pruebas de Acceso a las Enseñanzas universitarias de Grado

Matemáticas II. Curso 2012/2013

De acuerdo con el Decreto 67/2008, de 19 de junio, por el que se establece el currículo del Bachillerato para la Comunidad de Madrid, publicado en el B.O.C.M. con fecha 27 de junio de 2008, para elaborar las Pruebas de Acceso a la Universidad se tendrán en cuenta los siguientes contenidos:

ANÁLISIS.

- Límite de una función en un punto. Límites laterales. Cálculo de límites. Indeterminaciones sencillas. Infinitésimos equivalentes.
- Funciones continuas. Operaciones algebraicas con funciones continuas. Composición de funciones continuas. Teorema de los valores intermedios. Teorema de acotación en intervalos cerrados y acotados. Tipos de discontinuidad.
- Derivada de una función en un punto. Interpretaciones (analítica, geométrica, física). Derivadas laterales. Relación con la continuidad. Reglas de derivación (incluyendo la regla de la cadena, la derivación logarítmica, y las fórmulas de las derivadas de las funciones arcoseno y arcotangente). Derivadas iteradas.
- Aplicaciones de la derivada. Monotonía y convexidad. Determinación de los puntos notables de funciones. Representación gráfica.
- Planteamiento y resolución de problemas de máximos y mínimos.
- Conocimiento y aplicación de los resultados del Teorema de Rolle, el Teorema del Valor Medio y la regla de L'Hôpital.
- Primitiva de una función. Cálculo de primitivas inmediatas y de funciones que son derivadas de una función compuesta. Integración por partes. Integración mediante cambio de variables (ejemplos simples). Integración de funciones racionales (con denominador de grado no mayor que dos).
- El problema del área. Introducción al concepto de integral definida de una función a partir del cálculo de áreas encerradas bajo una curva. La regla de Barrow. La integral definida como suma de elementos diferenciales: Aplicaciones al cálculo de volúmenes de cuerpos de revolución.

ÁLGEBRA LINEAL.

- Las matrices como herramientas para representar datos estructurados en tablas y grafos. Traspuesta de una matriz. Suma de matrices. Producto de un número real por una matriz. Producto de matrices. Potencias de una matriz cuadrada. Propiedades de las operaciones con matrices. *(Se pretende que el estudiante sea capaz de realizar con corrección manipulaciones algebraicas con matrices, aunque no se exigirá la demostración de las propiedades).*
- Determinantes. Definición y propiedades. Cálculo de determinantes de orden dos y tres, utilizando la regla de Sarrus. Propiedades elementales de los determinantes. Aplicación al desarrollo de determinantes de orden superior. *(No se exigirá la demostración de las propiedades).*
- Matrices inversas. Cálculo de la inversa de una matriz cuadrada de orden no superior a tres. Estudio de la inversa de una matriz dependiente de un parámetro. Ecuaciones matriciales.
- Rango de una matriz. Estudio del rango de una matriz que depende como máximo de un parámetro.
- Sistemas de ecuaciones lineales. Representación en forma matricial. Resolución de sistemas compatibles. Discusión de las soluciones de sistemas lineales dependientes de parámetros. Sistemas homogéneos. *(Los sistemas lineales tendrán como máximo cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas y dependerán a lo sumo de un parámetro).*
- Planteamiento y resolución de problemas cuya solución puede obtenerse a partir de un sistema lineal de, como máximo, tres ecuaciones con tres incógnitas.

GEOMETRÍA

- Vectores. Operaciones con vectores. Dependencia e independencia lineal. Bases. Coordenadas.
- Producto escalar: definición, propiedades e interpretación geométrica. Vectores unitarios, ortogonales y ortonormales. Módulo. Ángulo entre dos vectores. Proyección de un vector sobre otro.
- Producto vectorial: definición, propiedades e interpretación geométrica.
- Producto mixto de tres vectores: definición, propiedades e interpretación geométrica.
- Ecuaciones de rectas en el espacio. Ecuaciones de planos. Posición relativa de puntos, rectas y planos en el espacio. Distancia entre

puntos, rectas y planos. Haces de planos. Perpendicular común a dos rectas. Ángulos entre rectas y planos.

- Áreas de paralelogramos y triángulos. Volúmenes de prismas y tetraedros.
- Ecuación de la superficie esférica. Resolución de problemas.

Leganés, 5 de septiembre de 2012