



INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El examen consta de dos opciones, A y B.

El alumno deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta.

No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

PUNTUACIÓN: La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

OPCIÓN A

1. (2 puntos). Se consideran la recta $r : \begin{cases} x - y = 0 \\ x + 2y + 3z = 0 \end{cases}$ y el punto $P(1,1,1)$. Dado el punto $Q(0,0,0)$ de r , hallar todos los puntos A contenidos en r tales que el triángulo de vértices A , P y Q tenga área 1.

2. (2 puntos). a) (1,5 puntos). Calcular la ecuación general del plano π_1 que contiene a la recta

$$r: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

y es perpendicular al plano $\pi_2 : 2x + y - z = 2$.

b) (0,5 puntos). Determinar las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos π_1 y π_2 .

3. (3 puntos). Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + ky + k^2z = 1 \\ x + ky - kz = k^2 \\ -x + ky - k^2z = k^2 \end{cases}$$

a) (2 puntos). Discutirlo según los distintos valores de k .

b) (1 punto). Resolverlo para $k = -1$.

4. (3 puntos). a) (1 punto). Si f es una función continua, obtener $F'(x)$ siendo:

$$F(x) = \int_0^x (f(t) + t^2 + t^3) dt$$

b) (2 puntos). Si $f(1) = 1$ y además $\int_0^1 f(t) dt = 1$, hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $F(x)$ en el punto $(1, F(1))$.

OPCIÓN B

1. (2 puntos). Dada la función $f(x) = 6x^2 - x^3$, se pide:

- (1 punto). Hallar un valor $a > 0$ tal que la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(a, f(a))$ sea paralela a la recta $y = -15x$.
- (1 punto). Hallar el área de la región acotada limitada por la gráfica de f y la parte positiva del eje OX .

2. (2 puntos). Obtener el valor de k sabiendo que:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x} \right)^{kx+5} = e^2$$

3. (3 puntos). Se consideran el punto $P(1,0,1)$, la recta:

$$r: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$$

y el plano $\pi: x + y + z = 0$. Se pide:

- (1,5 puntos). Obtener el punto P' , simétrico de P respecto del plano π .
 - (1,5 puntos). Determinar la ecuación de la recta s que contiene al punto P , corta a la recta r y es paralela al plano π .
4. (3 puntos). Dada la matriz:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & -1 & \lambda \\ 2 & -\lambda & 1 \\ 2\lambda & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (1,5 puntos). Determinar el rango de M según los valores del parámetro λ .
- (1,5 puntos). Determinar para qué valores de λ existe la matriz inversa de M . Calcular dicha inversa para $\lambda = 0$.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

1. Planteamiento: 1 punto.
Resolución: 1 punto.
2. Apartado a): Planteamiento, 1 punto. Resolución, 0,5 puntos.
Apartado b): 0,5 puntos.
3. Apartado a): Cálculo de los valores de k , 1 punto. Discusión del sistema, 1 punto.
Apartado b): 1 punto.
4. Apartado a): 1 punto.
Apartado b): 2 puntos.

OPCIÓN B

1. Apartado a): 1 punto.
Apartado b): 1 punto.
2. Cálculo del límite en función de k , 1,5 puntos.
Cálculo de k : 0,5 puntos.
3. Apartado a): Cálculo de la proyección de P sobre π , 0,75 puntos. Cálculo de P' , 0,75 puntos.
Apartado b): Planteamiento, 1 punto. Resolución, 0,5 puntos.
4. Apartado a): 1,5 puntos.
Apartado b): Cálculo de los valores de λ , 0,5 puntos. Cálculo de la matriz inversa, 1 punto.