Principales conceptos que se tendrán en cuenta en la elaboración de las pruebas de Acceso a la Universidad para los estudiantes provenientes del Bachillerato LOGSE de la materia "Matemáticas II"

ÁLGEBRA LINEAL

- Utilización de matrices como herramientas para representar datos estructurados en tablas y grafos. Traspuesta de una matriz. Suma de matrices. Producto de un número real por una matriz. Producto de matrices. Potencia de una matriz cuadrada. Propiedades de las operaciones con matrices. *(No se exigirá la demostración de las propiedades; el estudiante debe saber realizar adecuadamente manipulaciones algebraicas con matrices.)*
- Determinante de una matriz cuadrada. Propiedades de los determinantes. Usar las propiedades para calcular determinantes. *(No se exigirá la demostración de las propiedades. No se pedirá calcular determinantes de matrices de orden superior a cuatro.)*
- Matriz singular. Matriz invertible. Cálculo de la inversa de una matriz cuadrada de orden no superior a tres. Estudio de la inversa de una matriz que depende como máximo de un parámetro. Ecuaciones matriciales.
- Rango de una matriz. Estudio del rango de una matriz que depende como máximo de un parámetro.
- Sistemas de ecuaciones lineales. Notación matricial. Resolución de sistemas compatibles. Discusión de las soluciones de sistemas lineales dependientes de un parámetro. Sistemas homogéneos. *(Los sistemas lineales tendrán como máximo cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas y dependerán a lo sumo de un parámetro).*
- Planteamiento de problemas cuya solución puede obtenerse resolviendo un sistema de, como máximo, tres ecuaciones con tres incógnitas.

ANÁLISIS

- Límite de una función en un punto. Límites laterales. Cálculo de límites. Indeterminaciones sencillas. Infinitésimos equivalentes. Ramas infinitas.
- Continuidad de funciones. Operaciones con funciones continuas. Teorema de los valores intermedios. Teorema de acotación en intervalos cerrados.
- Tasa de variación. Derivada de una función en un punto. Interpretación geométrica. Derivadas laterales. Relación con la continuidad. Función derivada. Reglas de derivación, incluyendo la derivación logarítmica, la de composición de funciones y la de las funciones arcoseno, arcocoseno y arcotangente.
- Monotonía y convexidad de funciones. Determinación de los puntos notables de funciones. Representación gráfica de funciones.
- Resolución de problemas de optimización.
- Conocimiento y aplicación de los resultados del teorema de Rolle, el teorema del valor medio y la regla de L'Hôpital.
- Primitiva e integral indefinida de una función. Cálculo de primitivas inmediatas, por partes, por cambios de variables simples y de funciones racionales con denominador de grado no mayor que dos.
- Integral definida. Regla de Barrow. Aplicación al cálculo de áreas de regiones planas.

GEOMETRÍA

- Vectores en el plano y en el espacio. Operaciones con vectores. Dependencia e independencia lineal. Bases. Coordenadas.
- Producto escalar de vectores. Vectores unitarios, ortogonales y ortonormales. Módulo de un vector. Ángulo entre dos vectores. Proyección de un vector sobre otro.
- Producto vectorial: definición, propiedades e interpretación geométrica. Producto mixto de tres vectores: definición e interpretación geométrica.
- Ecuaciones de rectas en el espacio. Ecuaciones de planos. Posición relativa de puntos, rectas y planos en el espacio. Distancia entre puntos, rectas y planos. Haces de planos. Perpendicular común a dos rectas que se cruzan. Ángulos entre rectas y planos.
- Áreas de paralelogramos y triángulos. Volúmenes de prismas y tetraedros.
- Concepto de lugar geométrico. Las cónicas como lugares geométricos. Estudio particular de la circunferencia, la elipse, la hipérbola, y la parábola, con todos sus elementos, en el caso de ejes paralelos a los ejes coordenados. Tangentes a las cónicas. Ecuaciones paramétricas de la circunferencia y de la elipse.

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

PRUEBAS DE ACCESO A LOS ESTUDIOS UNIVERSITARIOS DE LOS ALUMNOS DE BACHILLERATO LOGSE

AÑO **2000**

MATERIA: **MATEMÁTICAS II**

MODELO

AÑO 2000

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

TIEMPO: Hora y media.

INSTRUCCIONES: El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.

PUNTUACIÓN: Calificación total máxima: 10 puntos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos

Comprobar que las siguientes matrices tienen el mismo determinante:

$$A = \begin{pmatrix} 1+a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-b \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 1+a & 1 \\ 1 & 1-a \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1+b & 1 \\ 1 & 1-b \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

a) (1 punto) Calcular A^{-1}.

b) (1 punto) Resolver el sistema $A \cdot \left[\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 21 \\ 24 \end{pmatrix}$

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos

Sea la parábola $x^2 = 4y$. Sean *u* y *v* las rectas tangentes a la parábola en los puntos *P* de abscisa *a* y *Q* de abscisa *b*, *a* ¹ *b*, *a* ¹ 0, *b* ¹ 0.

a) (1,5 puntos) Hallar las coordenadas del punto *R* de intersección de *u* y *v*.

b) (1 punto) Hallar la relación entre *a* y *b* para que las rectas *u* y *v* sean perpendiculares.

c) (0,5 puntos) Probar que en el caso del apartado b) el punto *R* está en la directriz de la parábola.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos

Se considera la función

$$f(x) = \frac{1}{4 - x^2}$$

a) (1 punto) Indicar el dominio de definición de la función *f* y hallar sus asíntotas.

b) (1 punto) Hallar los extremos relativos de la función *f* y sus intervalos de concavidad y convexidad.

c) (1 punto) Dibujar la gráfica de *f* y hallar su máximo y su mínimo absolutos en el intervalo [-1, 1].

	UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID PRUEBAS DE ACCESO A LOS ESTUDIOS UNIVERSITARIOS DE LOS ALUMNOS DE BACHILLERATO LOGSE AÑO **2000** **MATERIA**: **MATEMÁTICAS II**	MODELO **AÑO 2000**

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos
Los vértices de un triángulo son $A(-2, -1)$, $B(7, 5)$ y $C(x, y)$.
a) (1 punto) Calcular el área del triángulo en función de x e y.
b) (1 punto) Encontrar el lugar geométrico de los puntos (x, y) tales que la anterior área es 36.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos
Sean $A(1, 1)$ y $B(-1, 1)$ dos puntos del plano.
a) (1 punto) Determinar las ecuaciones de todas las circunferencias que pasan por los puntos A y B razonando dónde están situados sus centros.
b) (1 punto) De entre las circunferencias del apartado anterior hallar el centro y el radio de la que es tangente a la recta $y = x$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos
a) (1,5 puntos) Discutir en función de los valores de k y resolver cuando tenga más de una solución, el sistema

$$S \ : \ \begin{cases} x+y+2z=3 \\ 2x-y+kz=9 \\ x-y-6z=5 \end{cases}$$

b) (1,5 puntos) Si el rango de la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & k & 9 \\ 1 & -1 & -6 & 5 \end{pmatrix}$ es 2, determinar una combinación lineal nula de los vectores fila $\vec{F}_1, \ \vec{F}_2 \ \text{ y } \ \vec{F}_3$ así como una combinación lineal nula de los vectores columna $\vec{C}_1, \ \vec{C}_2, \ \vec{C}_3 \ \text{ y } \ \vec{C}_4$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos
a) (1,5 puntos) Hallar el valor de la integral definida

$$\int_{-10}^{-1} \frac{e^x\,dx}{\sqrt{1-e^x}}$$

b) (1,5 puntos) Calcular la integral indefinida de la función

$$f(x) = \frac{1}{1-e^x}$$

mediante un cambio de variable.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1. 1,5 puntos por la obtención correcta por cualquier método del determinante de A y 0,5 puntos por la obtención correcta por cualquier método del determinante de B.
Ejercicio 2. Un punto por cada apartado, aceptándose la solución del sistema sin el uso de la matriz inversa.
Ejercicio 3. a) 0,75 puntos por las tangentes y 0,75 puntos por determinar R. **b)** 0,5 puntos por el planteamiento y 0,5 puntos por la resolución. **c)** 0,5 puntos.
Ejercicio 4. a) 0,25 puntos por el dominio de definición, 0,25 puntos por las asíntotas verticales y 0,5 puntos por las horizontales. **b)** 0,25 puntos por derivar correctamente; 0,25 puntos por hallar correctamente los extremos relativos; 0,25 puntos por hallar correctamente la segunda derivada y 0,25 puntos por encontrar los intervalos de concavidad y convexidad. **c)** 0,5 puntos por dibujar la gráfica de f y 0,5 puntos por hallar el máximo y el mínimo absolutos pedidos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. a) 0,5 puntos por el planteamiento y 0,5 puntos por la solución. **b)** 1 punto (restar 0,25 si sólo se obtiene una de las dos rectas que constituyen el lugar geométrico).
Ejercicio 2. a) 0,5 puntos por escribir la recta en la que se encuentran los centros y 0,5 puntos por escribir las ecuaciones de las circunferencias correctamente. **b)** 0,5 puntos por el planteamiento correcto, 0,25 por hallar el centro y 0,25 puntos por el radio.
Ejercicio 3. a) Por discutir correctamente 0,75 y por resolver cuando hay infinitas soluciones 0,75. **b)** 0,75 puntos por encontrar una combinación lineal nula de vectores fila y 0,75 por encontrar una para los vectores columna.
Ejercicio 4. a) 1 punto por obtener una primitiva y 0,5 puntos por calcular la integral definida. **b)** Plantear un cambio de variable apropiado: 0,5 puntos. Obtener las primitivas: 1 punto.