MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Instrucciones: El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.

Calificación total máxima: 10 puntos.

Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos.

Dados los vectores $\vec{u} = (a, 1 + a, 2a)$, $\vec{v} = (a, 1, a)$ y $\vec{w} = (1, a, 1)$, se pide:

a) (1 punto) Determinar los valores de a para que los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ sean linealmente dependientes.

b) (0,5 puntos) Estudiar si el vector $\vec{c} = (3,3,0)$ depende linealmente de los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ para el caso $a = 2$. Justificar la respuesta.

c) (0,5 puntos) Justificar razonadamente si para $a = 0$ se cumple la igualdad

$$\vec{u} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{w}) = 0$$

Nota: el símbolo ^ significa producto vectorial.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos.

a) (1 punto) Hallar la ecuación del lugar geométrico de los puntos del plano tales que su distancia al punto $A(4, 0)$ es el doble de su distancia a la recta $x = 1$.

b) (1 punto) Comprobar que el anterior lugar geométrico es una cónica. Indicar el tipo de cónica que es y hallar sus focos.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos.

Sea

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\operatorname{sen} x}{x}+2 & si \quad x\neq 0\\ k & si \quad x=0\end{cases}$$

a) (1 punto) ¿ Hay algún valor de k para el cual $f(x)$ sea continua en $x = 0$?

b) (1 punto) ¿ Hay algún valor de k para el cual $f(x)$ sea derivable en $x = 0$?

c) (1 punto) Determinar sus asíntotas.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos.

Sea el sistema

$$\begin{cases}-x+\lambda y+2z=\lambda\\ 2x+\lambda y-z=2\\ \lambda x-y+2z=\lambda\end{cases}$$

a) (1 punto) Discutir la compatibilidad del sistema según los diversos valores de λ.

b) (1 punto) Resolver el sistema para $\lambda = -1$.

c) (1 punto) Resolver el sistema para $\lambda = 2$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos.

De una función $f(x)$ derivable se conoce que pasa por el punto $A(-1, -4)$ y que su derivada es

$$f'(x) = \begin{cases} 2 - x & si \quad x \leq 1 \\ \dfrac{1}{x} & si \quad x > 1 \end{cases}$$

a) Hallar la expresión de $f(x)$.

b) Obtener la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en $x = 2$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos.

Se consideran las curvas $y = x^2$ e $y = a$ donde a es un número real comprendido entre 0 y 1 ($0 < a < 1$). Ambas curvas se cortan en un punto (x_0, y_0) con abscisa positiva. Hallar a sabiendo que el área encerrada entre ambas curvas desde $x = 0$ hasta $x = x_0$ es igual a la encerrada entre ellas desde $x = x_0$ hasta $x = 1$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos.

a) (1 punto) Encontrar la distancia del punto P (1, -1, 3) a la recta que pasa por los puntos Q (1, 2, 1) y R (1, 0, -1).

b) (1 punto) Hallar el área del triángulo cuyos vértices son los puntos P, Q y R.

c) (1 punto) Encontrar todos los puntos S del plano determinado por P, Q y R de manera que el cuadrilátero de vértices P, Q, R y S sea un paralelogramo.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos.

a) (1 punto) Encontrar los valores de λ para los que la matriz

$$A=\begin{pmatrix} \lambda-1 & 1 & -1 \\ 0 & \lambda-2 & 1 \\ \lambda & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

es invertible.

b) (1 punto) Para $\lambda = 2$, hallar la inversa de *A* y comprobar el resultado.

c) (1 punto) Resolver el sistema

$$A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

para $\lambda = 1$.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1. a) 1 punto. **b)** 0,5 puntos. **c)** 0,5 puntos.

Ejercicio 2. a) 1 punto. **b)** Por indicar el tipo de cónica, 0,5 puntos, y por obtener los focos, 0,5 puntos.

Ejercicio 3. a) 1 punto. **b)** 1 punto. **c)** 1 punto.

Ejercicio 4. a) Conceder 0,5 puntos por obtener el valor especial -1. Conceder 0,5 puntos por la discusión correcta de los valores obtenidos. **b)** 1 punto. **c)** 1 punto.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. a) 1 punto. Conceder sólo 0,5 puntos si no se calculan las constantes. **b)** 1 punto.

Ejercicio 2. Planteamiento correcto, 1 punto. Resolución correcta, 1 punto.

Ejercicio 3. a) 1 punto. **b)** 1 punto. **c)** Conceder 0,5 puntos si se obtiene solamente un punto S; conceder 0,5 puntos más si se obtiene el resto.

Ejercicio 4. a) 1 punto. **b)** 1 punto. **c)** 1 punto.