



INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El examen presenta dos opciones, A y B. El alumno deberá elegir **UNA Y SOLO UNA** de ellas, y resolver los cuatro ejercicios de que consta. No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

PUNTUACIÓN: La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos.

Calcular los siguientes límites (donde "ln" significa *Logaritmo Neperiano*).

$$a) \text{ (1 punto) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(3x))}{\ln(\cos(2x))} \quad b) \text{ (1 punto) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{4x}$$

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la función

$$f(x) = \frac{x^5 - x^8}{1 - x^6}$$

- a) (1 punto) Encontrar los puntos de discontinuidad de f . Determinar razonadamente si alguna de las discontinuidades es evitable.
- b) (1 punto) Estudiar si f tiene alguna asíntota vertical.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos.

Se considera el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} (m+2)x + (m-1)y - z = 3 \\ mx - y + z = 2 \\ x + my - z = 1 \end{cases}$$

Se pide:

- a) (1 punto) Resolverlo para $m = 1$.
- b) (2 puntos) Discutirlo para los distintos valores de m .

Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las rectas en el espacio:

$$r \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1} \quad s \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$$

- a) (1,5 puntos) Hallar la distancia entre las dos rectas.
b) (1,5 puntos) Determinar las ecuaciones de la perpendicular común a r y s .

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos.

Comprobar, aplicando las propiedades de los determinantes, la identidad:

$$\begin{vmatrix} a^2 & ab & b^2 \\ 2a & a+b & 2b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (a-b)^3$$

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos.

Encontrar un número real $\lambda \neq 0$, y todas las matrices B de dimensión 2×2 (distintas de la matriz nula), tales que

$$B \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = B \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos.

- a) (1 punto) Dibujar la gráfica de la función $g(x) = e^x - x$.
b) (1 punto) Calcular el dominio de definición de $f(x) = \frac{1}{e^x - x}$ y su comportamiento para $x \rightarrow 8$ y $x \rightarrow -8$.
c) (1 punto) Determinar (si existen) los máximos y mínimos absolutos de $f(x)$ en su dominio de definición.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos.

Dados el plano

$$p \equiv x + 3y - z = 1$$

y la recta

$$r \equiv \frac{x+2}{6} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$$

se pide:

- a) (1,5 puntos) Hallar la ecuación general del plano p' que contiene a r y es perpendicular a π .
b) (1,5 puntos) Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos p, p' .

MATEMÁTICAS II

- LOGSE -

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CURSO 2002/2003

OPCIÓN A

Ejercicio 1. 1 punto cada apartado.

Ejercicio 2 Apartado a) 0,5 puntos por hallar las discontinuidades; 0,5 puntos por identificar la discontinuidad evitable. Apartado b): 1 punto.

Ejercicio 3. Apartado a): 1 punto. Apartado b):1 punto por calcular correctamente los rangos de las matrices, y 1 punto por discutir correctamente el sistema.

Ejercicio 4. 1,5 puntos cada apartado.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Si se calcula correctamente el determinante, pero no se llega a demostrar la fórmula: 1 punto.

Ejercicio 2 Planteamiento como un sistema: 0,5 puntos. Resolución correcta del sistema: 1,5 puntos. Si sólo se encuentra una solución particular B, 1 punto.

Ejercicio 3. 1 punto cada apartado.

Ejercicio 4. 1.5 puntos cada apartado.

