



**INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN**

**TIEMPO:** Hora y media

**INSTRUCCIONES:** El examen presenta dos opciones A y B; el alumno deberá elegir una de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta. Nunca resolverá algunos ejercicios de la opción A y otros ejercicios de la opción B. En cualquier caso, sólo se evaluarán las respuestas a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

**PUNTUACIÓN:** La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dado el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} x+y+2z = 2 \\ 2x-y+3z = 2 \\ 5x-y+az = 6 \end{array} \right\}$$

se pide:

- (1 punto) Discutirlo según los valores del parámetro  $a$ .
- (1 punto) Resolverlo cuando tenga infinitas soluciones.

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Sea  $k$  un número natural y sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad C = (1 \ 1 \ 2)$$

- (1 punto) Calcular  $A^k$ .
- (1 punto) Hallar la matriz  $X$  que verifica la ecuación  $A^k X = BC$ .

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Dados el plano  $\pi \equiv x + y + z = 1$ , la recta  $r \equiv (x, y, z) = (1, 0, 0) + \lambda(0, 1, 1)$ , y el punto  $P(1, 1, 0)$ , se pide:

- (1 punto) Hallar la ecuación de una recta  $s$  que sea perpendicular a  $r$  y pase por  $P$ .
- (1 punto) Hallar el punto  $P'$ , simétrico de  $P$  respecto de  $r$ .
- (1 punto) Hallar el punto  $P''$ , simétrico de  $P$  respecto de  $\pi$ .

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**PRUEBAS DE ACCESO A LOS ESTUDIOS UNIVERSITARIOS DE LOS  
ALUMNOS DE BACHILLERATO LOGSEAÑO **2001****MATERIA: MATEMÁTICAS II**

EXAMENES

**JUNIO****Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 3 puntos)Sea la función  $f(x) = \sin x$ .a) (0,5 puntos) Calcular  $a > 0$  tal que el área encerrada por la gráfica de  $f$ , el eje  $y = 0$ ,y la recta  $x = a$ , sea  $\frac{1}{2}$ .b) (1 punto) Calcular la ecuación de la tangente a la gráfica de  $f$  en el punto deabscisa  $x = \frac{\pi}{4}$ .

c) (1,5 puntos) Calcular el área de la superficie encerrada por la tangente anterior, la

gráfica de la función  $f$  y las rectas  $x = \frac{\pi}{4}$ ,  $x = \frac{3\pi}{4}$ .



**OPCIÓN B**

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Sea la función real de variable real definida por

$$f(x) = \begin{cases} (2-x)^3 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- (0,5 puntos) Razonar si la función es continua en toda la recta real.
- (0,5 puntos) Razonar si  $f$  es derivable en toda la recta real.
- (1 punto) Determinar el área encerrada por la gráfica de  $f$  y por las tres rectas  $y = 8$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ .

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

- (1 punto) Determinar los extremos relativos de la función  $f(x) = x^2 - 4x + 2$ . Dibujar su gráfica.
- (1 punto) Hallar las ecuaciones de las dos rectas tangentes a la gráfica de  $f$  que pasan por el punto  $P(3, -5)$ .

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \lambda \\ 1 & \lambda & 1 \\ \lambda & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- (1 punto) Discutirlo según los valores del parámetro real  $\lambda$ .
- (1 punto) Resolverlo para  $\lambda = -3$ .
- (1 punto) Resolverlo para  $\lambda = 1$ .

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Sean las rectas:

$$r \equiv x - 2 = \frac{y - 1}{k} = \frac{z + 1}{-2} \qquad s \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = 2\lambda \end{cases}$$

- (1 punto) Hallar  $k$  para que  $r$  y  $s$  sean coplanarias.
- (1 punto) Para el valor anterior de  $k$ , hallar la ecuación del plano que contiene a ambas rectas.
- (1 punto) Para el valor anterior de  $k$ , hallar la ecuación de la recta perpendicular común a las rectas dadas.

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**PRUEBAS DE ACCESO A LOS ESTUDIOS UNIVERSITARIOS DE LOS  
ALUMNOS DE BACHILLERATO LOGSEAÑO **2001****MATERIA: MATEMÁTICAS II**

EXAMENES

**JUNIO****CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN****OPCIÓN A**

1. En el apartado a), 0,5 puntos por identificar el valor clave de  $a$  y 0,5 por una discusión correcta. En el apartado b), 0,5 por el planteamiento y 0,5 por hallar las soluciones.
2. En el apartado a), 0,5 puntos por calcular correctamente  $A^2$  y  $A^3$  y 0,5 por concluir la expresión general de  $A^k$ . En el apartado b), 0,25 por despejar  $X$ , 0,25 por la inversa de  $A^k$ , 0,25 por el producto  $BC$  y 0,25 por la solución.
3. En el apartado a), 0,5 puntos por el planteamiento y 0,5 por la ecuación. En los apartados b) y c), 0,5 por el planteamiento y 0,5 por las coordenadas correctas en cada caso.
4. En el apartado a), 0,25 puntos por el planteamiento y 0,25 por el calor correcto de  $a$ . En el apartado b), 0,5 por el planteamiento y 0,5 por la ecuación. En el apartado c), 0,5 por hallar el recinto, 0,5 por plantear la integral y 0,5 por el cálculo.

**OPCIÓN B**

1. En el apartado c), 0,5 puntos por el planteamiento de la integral que permite la obtención del área y 0,5 por el cálculo de la misma. En el apartado a), 0,5 puntos por encontrar correctamente el mínimo de la función y 0,5 por la representación gráfica correcta. En el apartado b), 0,5 por el planteamiento y 0,25 por cada tangente.
3. En el apartado a), 0,5 puntos por reescribir el sistema y 0,5 por una discusión correcta. En los apartados b) y c), 0,5 por el planteamiento y 0,5 por la solución.
4. En el apartado a), 0,5 puntos por el planteamiento y 0,5 por el valor correcto de  $k$ . En los apartados b) y c), 0,5 por el planteamiento y 0,5 por la ecuación solicitada.