

INSTRUCCIONES: Leer con atención y detenimiento los enunciados.

DURACIÓN DEL EJERCICIO: Una hora y treinta minutos.

CALIFICACIÓN: Cada cuestión se calificará de 0 a 2 puntos, con un total máximo de 10. Cada problema se tiene que contestar de manera razonada y se valorará en primer lugar su planteamiento y luego el que la respuesta sea numéricamente correcta.

Problema 1

Hallar los valores del parámetro a para los que el siguiente sistema

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ ax + y + 2z = 2 \\ x + ay + z = 4 \end{cases}$$

tiene

- a) Una única solución.
- b) No solución.
- c) Infinitas soluciones.

Problema 2

- a) Dado el plano $\pi \equiv x + y + z = 4$, determinar la recta r que pasa por el punto $P = (1, 2, 4)$ y es perpendicular a π .
- b) Hallar el punto de intersección de r con π .

Problema 3

Calcular

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$$

Problema 4

- a) Representar gráficamente el área encerrada entre $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{4}$ y que esté entre las gráficas de $f(x) = \sin x$ y $f(x) = \cos x$.
- b) Calcular esta área.

Problema 5

Sea un dado tal que la probabilidad de las distintas caras es proporcional al número de puntos inscritos en ellas. Hallar la probabilidad de obtener con este dado un número par.

 <p>UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID</p>	<p>PRUEBAS DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 AÑOS CURSO ACADÉMICO 2009-2010 MATEMÁTICAS</p>
---	--

CRITERIOS ESPECIFICOS DE CORRECCIÓN

Problema 1.

Planteamiento correcto: 1 punto.

Resolución: 1 punto.

Problema 2.

Apartado a): 1 punto.

Apartado b): 1 punto.

Problema 3.

Planteamiento correcto: 1 punto.

Resolución: 1 punto.

Problema 4.

Apartado a): 0.5 puntos.

Apartado b): 0.7 puntos planteamiento; 0.8 puntos resolución.

Problema 5.

Planteamiento correcto: 1 punto.

Resolución: 1 punto.

RESOLUCIÓN

Problema 1

La matriz del sistema $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & 1 & 2 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}$ tiene por determinante $\det A = (1 - 2a) - (a - 2) + (a^2 - 1) = a^2 - 3a + 2$, siendo $\det A = 0$ cuando $a = 1, a = 2$.

- Si $a = 1$, el sistema es incompatible ya que la primera ecuación es $x + y + z = 1$, mientras que la tercera $x + y + z = 4$. (Podría verse también que en este caso el rango de A es 2 mientras que el rango de la matriz ampliada A^* es 3). Luego no hay solución.
- Si $a = 2$, dejando igual la primera ecuación queda $x + y + z = 1$. Restando ahora dos veces la primera menos la segunda, queda $y = 2$. Restando la tercera menos la primera, queda $y = 2$. Luego hay infinitas soluciones con x cualquiera, $y = 2, z = 1 - x - y = -1 - x$.
- Si a es distinto de 1 y de 2 hay infinitas soluciones.

Problema 2

a) El vector $(1, 1, 1)$ es perpendicular a π , luego la ecuación de la recta es

$$(x, y, z) = (1, 2, 4) + \lambda(1, 1, 1)$$

b) Sustituyendo en la ecuación del plano

$$x + y + z = (1 + \lambda) + (2 + \lambda) + (4 + \lambda) = 7 + 3\lambda = 4$$

De donde $\lambda = -1$ y por tanto el punto de intersección buscado es

$$Q = (x, y, z) = (1, 2, 4) + \lambda(1, 1, 1) = (1, 2, 4) - (1, 1, 1) = (0, 1, 3)$$

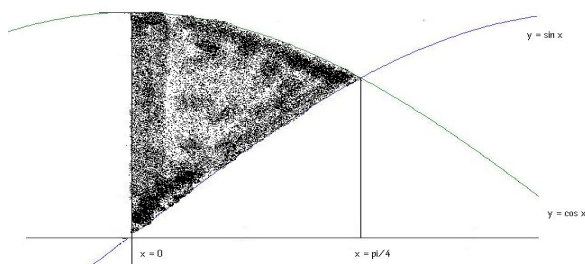
Problema 3

Por la Regla de L' Hôpital aplicada dos veces consecutivas

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{2} = \frac{1}{2}$$

Problema 4

a)



b) El área es

$$\int_0^{\pi/4} (\cos x - \sin x) dx = [\sin x + \cos x]_{x=0}^{x=\pi/4} = (\sin \pi/4 + \cos \pi/4) - (\sin 0 + \cos 0) = \sqrt{2} - 1$$

Problema 5

La probabilidad de obtener por ejemplo el número 4 sería

$$P(4) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{4k}{k + 2k + 3k + 4k + 5k + 6k} = \frac{4}{21}$$

De este modo

$$P(\text{par}) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{2}{21} + \frac{4}{21} + \frac{6}{21} = \frac{12}{21} = 0,57$$

OBJETIVOS GENERALES:

- Evaluar la comprensión de los conceptos matemáticos así como de sus ámbitos de uso de de su aplicabilidad en problemas concretos.
- Evaluar la capacidad de los estudiantes para la manipulación y realización directa de los cálculos.
- Evaluar la capacidad del alumno para la utilización práctica de dichos objetos matemáticos en el planteamiento y la resolución de otros problemas relacionados.

CONTENIDOS:

Destrezas básicas:

1. Discusión y resolución de sistemas de 2 y 3 ecuaciones y/o incógnitas.
2. Cálculo de determinantes de matrices de dimensiones de 2 y 3.
3. Cálculo de áreas de paralelogramos y volúmenes de paralelepípedos.
4. Discusión de posiciones relativas y cálculo de distancias entre rectas y planos.
5. Discusión de dependencia e independencia lineal en dimensiones 2 y 3.
6. Operaciones con polinomios, logaritmos, exponenciales y funciones trigonométricas.
7. Cálculo de límites y derivadas básicos.
8. Cálculo de máximos y mínimos.
9. Cálculo de parámetros geométricos y representación gráfica de funciones.
10. Técnicas básicas de obtención de primitivas.
11. Cálculo de áreas bajo curvas.
12. Cálculo de medidas de posición y dispersión de datos empíricos.
13. Cálculo de probabilidades de sucesos básicos. Probabilidades condicionadas.

Comprensión de conceptos básicos y su interrelación:

1. Relación entre rangos de matrices y resolubilidad de sistemas lineales.
2. Relaciones geométricas entre rectas y planos en el espacio: posición relativa, distancias.
3. Relaciones entre vectores y ángulos, áreas y volúmenes.
4. Relación entre derivadas y problemas de máximos y mínimos.
5. Relación entre valores de límites y derivadas y representaciones gráficas de funciones.
6. Relación entre áreas bajo curvas e integrales.
7. Relación derivada-integral y consecuencias.
8. Concepto de probabilidad, de independencia de sucesos y probabilidad condicional.