UAM UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID	**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID** PRUEBA DE ACCESO DE LOS MAYORES DE 25 AÑOS Convocatoria **2009** **MATERIA**: MATEMÁTICAS	**OPTATIVA**

INSTRUCCIONES: Lea con atención y detenimiento los enunciados de las cuestiones, y responda de manera razonada a los puntos concretos que se pregunten.
DURACIÓN DEL EJERCICIO: Una hora y treinta minutos.
CALIFICACIÓN: Cada cuestión se calificará de 0 a 2 puntos, con un total máximo de 10. En el caso de cuestiones con dos apartados, cada uno se valorará con un máximo de 1 punto.

Problema 1
Decidir para qué valores del parámetro λ el sistema

$$\left\{ \begin{array}{rcr} \lambda x - 2y & = & -4 \\ -x + y & = & 2 \end{array} \right.$$

tiene solución única, para qué valores tiene infinitas soluciones, y para qué valores no tiene solución.

Problema 2
a) Decidir si el punto $p = (-4, 2, 1)$ pertenece al plano de ecuación $2x - y + z = 3$.
b) Hallar las ecuaciones de una recta que pase por el punto $q = (1, 2, 0)$ y sea perpendicular al plano de ecuación $2x - y + z = 3$.

Problema 3
Calcular los extremos (máximos y mínimos) locales de la función $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x + 1}{e^x}$.

Problema 4
Calcular el área encerrada entre $x = 0$ y $x = \pi$ por debajo de la gráfica de la función $f(x) = x \operatorname{sen} x$ y por encima del eje OX.

Problema 5
Supongamos que el 70 % de la población ha viajado alguna vez al extranjero. Además, el 80% de las personas que han viajado alguna vez al extranjero lo han hecho alguna vez a Francia.
a) Hallar la probabilidad de que una persona elegida aleatoriamente haya estado alguna vez en Francia.
b) Si se elige una persona aleatoriamente y nos dice que no ha estado nunca en Francia, ¿cuál es la probabilidad de que esa persona haya estado alguna vez en el extranjero?

MATEMÁTICAS II

SOLUCIONES Y CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

Problema 1.

Por distinguir que si $\lambda = 2$ sucede algo especial pues el rango de la matriz de coeficientes es uno mientras que para cualquier otro valor de λ ese rango es dos: 0,5 puntos.
Por concluir correctamente que si $\lambda \neq 2$ entonces hay solución única: 1 punto. Por concluir correctamente que si $\lambda = 2$ hay infinitas soluciones: 0,5 puntos.

Problema 2.

a) No pertenece (no verifica la ecuación): 1 punto.
b) Por decir que esa recta tiene vector director $(2, -1, 1)$ (que es el vector normal del plano $2x - y + z = 3$): 0,5 puntos. Por hallar la ecuación (que es $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z}{1}$): 0,5 puntos.

Problema 3.

Por el planteamiento (derivar para buscar puntos críticos): 0,5 puntos. Por calcular correctamente $f'(x) = \dfrac{1-x^2}{e^x}$ (y concluir que hay puntos críticos en $x = \pm 1$): 1 punto. Por concluir correctamente que en $x = -1$ hay un mínimo y en $x = 1$ un máximo, tanto si se hace comprobando que $f''(-1) > 0$ y $f''(1) < 0$ ó si se hace examinando cómo son los intervalos de crecimiento mirando sólo a la primera derivada sin calcular la segunda: 0,5 puntos.

Problema 4.

Planteamiento correcto (integral definida entre 0 y π): 0,5 puntos. Resolución correcta de la integral indefinida, integrando por partes o por cualquier otro método para obtener una primitiva correctamente (sale $-x\cos x + \operatorname{sen} x$): 1 punto. Cálculo de la integral definida, obteniendo la respuesta correcta (área π): 0,5 puntos.

Problema 5.

a) Planteamiento correcto, interpretando los porcentajes del enunciado como probabilidades ó probabilidades condicionadas: 0,5 puntos. Resolución correcta, quizá mencionando la fórmula de la probabiidad total (resultando probabilidad $0,7 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0 = 0,56$): 0,5 puntos.
b) Planteamiento correcto, identificando la probabilidad pedida como probabilidad condicionada: 0,5 puntos. Resolución correcta por la fórmula de Bayes o por cualquier otro método (resultando probabilidad $\dfrac{0,7 \cdot 0,2}{0,7 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 1} \simeq 0,318$): 0,5 puntos