

INSTRUCCIONES: Lea con atención y detenimiento los enunciados de las cuestiones, y responda de manera razonada a los puntos concretos que se pregunten.

DURACIÓN DEL EJERCICIO: Una hora y treinta minutos.

CALIFICACIÓN: Cada cuestión se calificará de 0 a 2 puntos, con un total máximo de 10. En el caso de cuestiones con dos apartados, cada uno se valorará con un máximo de 1 punto.

1) Hallar el rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -6 & 8 \\ 1 & -3 & 4 & 3 \\ -2 & 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

2) Hallar la ecuación de una recta que pasa por el punto $(1,2,1)$ y es paralela al vector $v = (1,0,1)$.
Hallar la ecuación de un plano, perpendicular a la recta anterior, y que pasa por el punto $(0,1,0)$.

3) Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x^3}$$

4) Utilizar el cambio de variables adecuado para calcular

$$\int \frac{\operatorname{sen} x}{2 - \cos^2 x} \cos x \, dx.$$

5) Dos máquinas, A y B, fabrican el mismo tipo de piezas. La máquina A produce un 5% de piezas defectuosas, mientras que en la máquina B el porcentaje de piezas defectuosas producidas es del 8%. En el almacén tenemos 100 piezas, de las cuales 30 provienen de la máquina A, y 70 de la máquina B. Elegimos al azar una de las piezas del almacén: calcular la probabilidad de que sea defectuosa.